

Lista de exercícios – ANOVA.

Em alguns casos desta lista de exercícios, você vai precisar alguma ferramenta computacional como o R, Python e afins.

1. Considere as informações de um estudo completamente aleatório e balanceado com um fator da Tabela 1.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrados médios	$F_0$
Tratamentos		117,4	39,1	
Erro	16	396,8		–
Total	19	514,2	–	–

Tabela 1: Tabela ANOVA

- (a) Quantos tratamentos foram usados neste experimento?  
(b) Quantas replicações em cada tratamento?  
(c) Complete as informações na Tabela 1.  
(d) Os efeitos nos tratamentos são diferentes? Use  $\alpha = 5\%$ .  
(e) Calcule uma estimativa para  $\sigma^2$ .  
(f) Calcule um intervalo de confiança para cada tratamento com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .  
(g) Calcule um intervalo de confiança para cada diferença das médias de tratamento com coeficiente de confiança com coeficiente de confiança  $\gamma = 99\%$ .
2. Considere algumas informações de um experimento completamente aleatório e balanceado com um fator da Tabela 2.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrados médio	$F_0$
Tratamentos	3		330,4716	4,42
Erro				–
Total	31		–	–

Tabela 2: Tabela ANOVA.

- (a) Quantos tratamentos foram usados neste experimento?  
(b) Quantas replicações em cada tratamento?  
(c) Complete as informações na Tabela 2.  
(d) Os efeitos nos tratamentos são diferentes? Use  $\alpha = 5\%$ .  
(e) Calcule uma estimativa para  $\sigma^2$ .  
(f) Calcule um intervalo de confiança para cada tratamento com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .  
(g) Calcule um intervalo de confiança para cada diferença das médias de tratamento com coeficiente de confiança com coeficiente de confiança  $\gamma = 99\%$ .
3. Considere algumas informações de um experimento completamente aleatório e balanceado com um fator da Tabela 3.
- (a) Este experimento usou quantas replicações?

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrados médios	$F_0$
Tratamentos	5			
Erro		27,38		–
Total	29	66,34	–	–

Tabela 3: Tabela ANOVA.

- (b) Complete as informações na Tabela 3.
- (c) Os efeitos de cada tratamento são iguais?
- (d) Calcule uma estimativa para  $\sigma^2$ .
- (e) Calcule um intervalo de confiança para cada média com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
- (f) Calcule um intervalo de confiança para a diferença as médias dos tratamentos com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
4. Um pesquisador realizou um experimento para determinar o efeito da taxa do fluxo de Hexafluoroetano ( $C_2F_6$ ) na uniformidade da cauterização de pastilhas de silício usadas na produção de circuitos integrados. Três taxas de fluxos de  $C_2F_6$  foram usados no experimento, e a uniformidade resultante (em porcentagem) para seis replicações foram anotadas. Os dados estão na Tabela 4.

Fluxo de $C_2F_6$ (SCCM)	Observações					
	1	2	3	4	5	6
125	2,7	4,6	2,6	3	3,2	3,8
160	4,9	4,6	5	4,2	3,6	4,2
200	4,6	3,4	2,9	3,5	4,1	5,1

Tabela 4: Taxa de fluxo de Hexafluoroetano e uniformidade das pastilhas de silício.

- (a) A taxa de fluxo de Hexafluoroetano ( $C_2F_6$ ) afeta a uniformidade de cauterização? Construa um diagrama de caixa para tratamentos para visualizar se as variâncias em cada tratamento são iguais. Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Faça uma análise de resíduos para checar se as suposições da análise de variância.
5. A resistência à compressão do concreto está em análise, e quatro técnicas de mistura diferentes estão sendo investigadas. Os dados estão na Tabela 5.

Técnicas de mistura	Resistência à compressão (psi)			
1	3129	3000	2865	2890
2	3200	3300	2975	3150
3	2800	2900	2985	3050
4	2600	2700	2600	2765

Tabela 5: Resistência à compressão do concreto.

- (a) Teste a hipótese que a técnica de mistura afeta a força do concreto. Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Faça uma análise o resíduo para checar se as suposições da anova de variância estão satisfeitas.
6. O tempo de resposta em milissegundos foi calculado para três tipos diferentes de circuitos usados em calculadoras eletrônicas. Os dados estão na Tabela 6.
- (a) O tempo médio de resposta para cada tipo de circuito é diferente? Use  $\alpha = 1\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Analise os resíduos neste experimento.
- (c) Encontre o intervalo de confiança no tempo de resposta médio para o circuito de tipo 3 com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
- (d) Estime  $\sigma$ .

Tipo de circuito	Resposta (em milissegundos)				
1	19	22	20	18	25
2	20	21	33	27	40
3	16	15	18	26	17

Tabela 6: Tempo de resposta em milissegundos.

- (e) Encontra o intervalo de confiança na diferença do tempo médio de resposta entre os circuitos do tipo 1 e 2 com coeficiente de confiança  $\gamma = 99\%$ .
7. Um engenheiro eletrônico está interessado no efeito na condutividade de tubos em cinco tipos diferentes de revestimento para tubos de raios catódicos em um dispositivo de exibição de um sistema de telecomunicações. Os dados estão na Tabela 7.

Tipo de revestimento	Condutividade			
1	143	141	150	146
2	152	149	137	143
3	134	133	132	127
4	129	127	132	129
5	147	148	144	142

Tabela 7: Condutividade dos tubos de raios catódicos para cinco tipos de revestimento.

- (a) Existe evidência estatística que a condutividade é diferente devido ao tipo de revestimento? Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Analise os resíduos deste experimento e comente a qualidade do ajuste.
- (c) Construa um intervalo de confiança para a condutividade para o tipo de revestimento 1 com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
- (d) Construa um intervalo de confiança para a diferença da condutividade média entre os tipos de revestimento 1 e 4 com coeficiente de confiança  $\gamma = 99\%$ . Interprete o resultado.
8. Um estudo deseja avaliar quatro métodos diferentes de preparar um composto supercondutor ( $PbMo_6S_8$ ). Os pesquisadores acreditam que a presença de oxigênio durante o processo de preparação afeta a temperatura de transição supercondutora do material. Os métodos de preparação 1 e 2 usam técnicas que são projetados para eliminar a presença do oxigênio, e os métodos 3 e 4 permitem a presença o oxigênio. Cinco observações na temperatura de transição ( $T_c$ ) em  $^{\circ}C$  foram realizadas para cada método, e os resultados estão na Tabela 8.

Método de preparação	Temperatura de transição				
1	-258,35	-258,35	-258,45	-258,35	-258,25
2	-258,55	-258,15	-258,25	-258,35	-258,45
3	-260,45	-261,55	-260,75	-260,45	-261,05
4	-258,95	-258,75	-258,75	-260,95	-261,45

Tabela 8: Temperatura de transição em  $^{\circ}C$ .

- (a) Existe evidência estatística que suporte a afirmação que a presença de oxigênio afeta a temperatura média de transição? Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Análise o resíduo deste experimento.
- (c) Encontre o intervalo de confiança para a temperatura média de transição quando o método 1 de preparação é usado. Use  $\gamma = 99\%$ .
9. Um estudo deseja determinar o efeito da porosidade na porcentagem da resistência retida do asfalto. Para este propósito, a porosidade foi controlada em três níveis: baixa (2-4%), média (4-6%), e alta (6-8%). Os dados estão na Tabela 9.
- (a) A porosidade afeta a resistência retida do asfalto? Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.

Porosidade	Resistência retida (%)							
Baixa	106	90	103	90	79	88	92	95
Média	80	69	94	91	70	83	87	83
Alta	78	80	62	69	76	85	69	85

Tabela 9: Porcentagem da resistência retida do asfalto.

- (b) Faça uma análise de resíduos para checar as suposições do modelo.
- (c) Construa um intervalo de confiança para a resistência média retida para cada nível de porosidade com coeficiente de confiança  $\gamma = 9\%$ .
- (d) Construa um intervalo de confiança para diferença da resistência média retida entre baixa e alta porosidade com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
10. Um experimento tem o objetivo de analisar os efeitos de três dietas no conteúdo de proteína em leite de vaca. Os dados estão na Tabela 10 mostram a quantidade de proteína depois de uma semana.

Dieta	Quantidade de proteína no leite de vaca													
Barley	6,43	5,74	7,05	6,48	7,69	7,73	7,39	7,8	6,02	6,64	7,44	7,12	7,12	6,91
Barley+lupins	5,99	6,73	7,39	8,13	7,21	7,65	6,31	6,5	7,35	6,22	7,44	7,3	6,24	7,23
Lupins	6,54	7,44	5,86	5,55	6,61	7,65	5,39	6,8	7,05	7,41	7,44	7,26	5,76	5,92
Barley	6,75	6,41	6,48	7,87	7,49	6,77	6,25	7,92	6,96	5,79	5,85			
Barley+lupins	7,12	5,63	7,28	5,79	5,79	7,03	5,86	7,3	6,95	6,7	7,09	7,74	6,72	
Lupins	6,2	7,32	5,69	6,91	6,2	7,26	4,77	7,62	7,19	6,87	7,09	6,5	7,57	

Tabela 10: Quantidade de proteína no leite de vaca (*grama/litro*).

- (a) A dieta afeta na quantidade de proteína no leite de vaca? Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Estime  $\sigma$ .
- (c) Construa um intervalo de confiança para a quantidade média de proteína para cada dieta com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
- (d) Analise os resíduos e comente a qualidade do ajuste do modelo.
11. Um experimento foi realizado para determinar se quatro tipos de temperatura de queima afetam a densidade de certo tipo de tijolo. Os dados estão na Tabela 11.

Temperatura ( $^{\circ}C$ )	Densidade						
37, 78	349,2	350,8	347,6	346	347,6	344,4	349,2
51, 67	347,6	342,8	344,4	344,4			
65, 56	350,8	349,2	349,2	346	344,4		
79, 44	350,8	347,6	349,2	347,6	346	349,2	

Tabela 11: A densidade do tijolo.

- (a) A temperatura de queima afeta a densidade do tijolo? Use  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (b) Analise o resíduo do experimento.
12. Um projeto de pesquisa descreveu uma séries de experimentos para ajustar parâmetros em redes neurais. Um experimento considerou a relação da qualidade do ajuste (RMSE: raiz quadrada do erro quadrático médio) e a complexidade do modelo que tiveram o número de nós em duas camadas intermediárias controlado. Os dados na Tabela 12 contém três configurações para redes neurais: RN1 tem 33 nós na primeira camada intermediária e 30 nós para a segunda camada intermediária; RN2 tem 49 nós para a primeira camada intermediária e 45 nós para a segunda camada intermediária; e RN3 tem 17 nós na primeira camada intermediária e 15 nós na segunda camada intermediária.
- (a) Construa o diagrama de caixa para cada configuração das redes neurais. Interprete.

Configuração da Rede Neural	RMSE							
RN1	0,0121	0,0132	0,0011	0,0023	0,0391	0,0054	0,0003	0,0014
RN2	0,0031	0,0006	0	0	0,022	0,0019	0,0007	0
RN3	0,1562	0,2227	0,0953	0,8911	1,3892	0,0154	1,7916	0,1992

Tabela 12: Raiz quadrada do erro quadrático médio para três configurações de Rede Neural.

- (b) Realize a análise de variância com  $\alpha = 5\%$ , e calcule o valor-p.
- (c) Calcule o intervalo de confiança para RMSE para cada configuração de rede neural com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
- (d) Analise os resíduos e comente a qualidade do ajuste.
13. Um pesquisador deseja investigar o efeito do hidróxido de potássio na síntese de biodiesel. Mais precisamente, suspeita-se que o hidróxido de potássio (PH) está relacionado a ésteres metílicos de ácidos gordos (FAME) que é um elemento chave na produção de biodiesel. Três níveis de concentração PH foram usadas, e seis replicações foram realizadas em ordem aleatória. Os dados estão na Tabela 13.

Concentração de PH (wt. %)	Concentração FAME (wt. %)					
0,6	84,3	84,5	86,5	86,7	86,9	86,9
0,9	89,3	89,4	88,5	88,7	89,2	89,3
1,2	90,2	90,3	88,9	89,2	90,7	90,9

Tabela 13: Concentração FAME.

- (a) Construa um diagrama de caixa para os níveis de concentração de PH.
- (b) Realize a análise de variância com  $\alpha = 5\%$ . Calcule o valor-p.
- (c) Analise o resíduo do experimento.
- (d) Construa um intervalo de confiança para a concentração de FAME para cada nível de concentração de PH com coeficiente de confiança  $\gamma = 95\%$ .
14. Suponha que temos quatro populações com distribuição normal com variância  $\sigma^2 = 25$  e médias  $\mu_1 = 50$ ,  $\mu_2 = 60$ ,  $\mu_3 = 50$  e  $\mu_4 = 60$ . Quantas replicações precisamos coletar em cada tratamento para ter um poder de teste de, no mínimo,  $1 - \beta = 90\%$ ? Use  $\alpha = 5\%$ .
15. Suponha que temos cinco populações com distribuição normal com variância  $\sigma^2 = 100$  e médias  $\mu_1 = 175$ ,  $\mu_2 = 190$ ,  $\mu_3 = 160$ ,  $\mu_4 = 200$  e  $\mu_5 = 215$ . Quantas replicações precisam coletar em cada tratamento para ter um poder de teste de, no mínimo,  $1 - \beta = 95\%$ ? Use  $\alpha = 5\%$ .